**ЗАДАЧИ**

***МЕХАНИКА***

**Кинематика**

Примеры решения задач.

Радиус – вектор частицы изменяется со временем по закону

, где *a*и *b*– положительные постоянные. Найти:

а) скорость и ускорение  , а также их модули;

б) зависимость от времени угла *α*между векторами  и ;

в) уравнение траектории частицы *y*(*x*).

|  |  |
| --- | --- |
| Дано:C:\Users\днс\Desktop\image004.gifC:\Users\днс\Desktop\image005.gif | Решение:                     а) Как известно, для определения скоростичастицы необходимо взять первую  производную по времени от ее радиус–вектора. Поэтому C:\Users\днс\Desktop\image006.gif     (1).Для определения ускорения частицы необходимо взять второю производную по времени от ее радиус– вектора.Поэтому C:\Users\днс\Desktop\image007.gif                                       (2). |
| а) C:\Users\днс\Desktop\image008.gifб) C:\Users\днс\Desktop\image009.gifв) C:\Users\днс\Desktop\image010.gif         |

Из выражения (1) модуль скорости определяется по известным компонентам вектора скорости: *V*x = a; *V*y = - 2*bt*, *V*z = 0.

Отсюда  .

Из выражения (2) модуль ускорения определяется по известным компонентам вектора ускорения: *W*x = 0, *W*y = - 2*b*, *W*z = 0.

Отсюда  .

б) Для определения зависимости от времени угла *α*(*t*) между векторами и  выразим скалярное произведение этих векторов двояким образом:

                                             (3).

                                        (4).

Из выражений (3) и (4) для зависимости *α*(*t*) получим  

в) Из выражения для радиус–вектора следует: *x*(*t*) = *at*     (1),

*y*(*t*) = - *bt*  (2), *z* = 0  (3).

Отсюда, исключая время *t* из выражений (1) и (2), получим уравнение траектории частицы:  в плоскости *z* = 0.

Ответ: 



2. Частица движется по окружности радиусом м, и путь изменяется со временем по закону , где м/с³. Найти: а) момент времени , при котором нормальное ускорение  будет равно тангенциальному ; б) полное ускорение в этот момент времени.

|  |  |
| --- | --- |
| Дано:    C:\Users\днс\Desktop\изобр\image019 (1).gifм C:\Users\днс\Desktop\изобр\image020 (1).gifC:\Users\днс\Desktop\изобр\image021 (1).gifм/с³C:\Users\днс\Desktop\изобр\image025.gif | Решение:а)Выражения для нормального ускорения, тангенциального ускорения и полного ускорения имеют вид: C:\Users\днс\Desktop\изобр\image027.gif.Из условия задачи получим уравнение относительно t0:   C:\Users\днс\Desktop\изобр\image028.gif или C:\Users\днс\Desktop\изобр\image029.gif. Отсюда    для  t0имеем: C:\Users\днс\Desktop\изобр\image030.gifс.            |
| a) C:\Users\днс\Desktop\изобр\image031.gifб) C:\Users\днс\Desktop\изобр\image032.gif |

           б) Для полного ускорения из условия задачи получим:

м/с2.

Ответ: *t*0 = 0,873 с, *W* = 14,8м/с².

         3. Тело брошено с вышки в горизонтальном направлении со скоростью *V*0 = 30м/с. Найти значения следующих величин через две секунды *τ* = 2с: а) скорости *V*, тангенциального ускорения *W*τ, нормального ускорения *W*n; б) радиуса кривизны траектории *R*.

|  |  |
| --- | --- |
| Дано:                                                                          *V*0= 30м/с*τ* = 2с | Решение:Траектория  движения  тела показана на рисунке. Направление векторов C:\Users\днс\Desktop\изобр\image034.gif через время *τ* также показаны на рисунке.C:\Users\днс\Desktop\изобр\image035.jpg  |
| а)  *V*, *W*τ, *W*n–?                                   б)*R* –? |

         Введем систему координат XOY как показано на рисунке, чтобы учесть независимость движений тела по горизонтали и вертикали. Проекция вектора скорости на ось OX *V*x остается всегда постоянной и равной *V*0. Проекция вектора скорости на ось OY *V*y растет со временем по закону            *V*y = *gt*, так как вдоль оси OYтело движется равноускоренно с ускорением свободного падения *g*. Поэтому для модуля скорости тела получим:

                                                                          (1).

Через две секунды значение модуля скорости будет равно:

  м/с.

         Для вычисления тангенциальной составляющей ускорения *W*τ воспользуемся формулой, полученной с учетом (1):

. Следовательно, через две секунды значение *W*τ будет м/с².

         Из рисунка к задаче видно, что нормальную составляющую ускорения *W*nможно вычислить по теореме Пифагора, т. к. полное ускорение равно .

Следовательно, имеем: м/с².

         Радиус кривизны траектории, в рассматриваемой точке движения, найдем из формулы  . Отсюда   м.

Ответ: *V* = 35,8 м/с; *W*τ =5,38 м/с²; *W*n =8,2 м/с²; *R* = 156 м

**Задача для решения.**

1.4. Частица движется со скоростью  (*а*=1м/с2). Найти:

а) модуль скорости  частицы в момент времени *t*=1с;

б) ускорение частицы  и его модуль;

в) путь *S*, пройденный частицей с момента времени *t*1=2 с до *t*2=3 с;

г) какой характер имеет движение частицы? Почему?

(V= 5,4 м/с,  = *а* (2х + 3у+4z), = 5,4 м/с2, *S*=13,5 м).

**Динамика**

Примеры решения задач.

4. Система состоит из частицы 1 массой 1,0г , расположенной в точке с координатами (1, 1, 1)м, частицы 2 массой 2,0г, расположенной в точке с координатами (-2, 2, 2)м, частицы 3 массой 3,0г, расположенной в точке с координатами (-1, 3, -2)м, частицы 4 массой  4,0г, расположенной в точке с

координатами (3, -3, 3)м. Найти радиус – вектор центра масс системы и его модуль.

|  |  |
| --- | --- |
| Дано:*m*1=1,0г*m*2=2,0г   *m*3=3,0г*m*4=4,0г C:\Users\днс\Desktop\изобр\image002.gif,мC:\Users\днс\Desktop\изобр\image003.gif,м              C:\Users\днс\Desktop\изобр\image004.gif,мC:\Users\днс\Desktop\изобр\image005.gif,м | Решение:Положение центра масс системы определяется выражением: C:\Users\днс\Desktop\изобр\image006.gif, где *m*i– масса i –й частицы системы, C:\Users\днс\Desktop\изобр\image007.gif - радиус - вектор i – й частицы системы.Отсюда, для радиус – вектора центра масс рассматриваемой системы, получим:  |
| а) C:\Users\днс\Desktop\изобр\image008.gif б) C:\Users\днс\Desktop\изобр\image009.gif |



, м.

Для модуля радиус – вектора центра масс системы следует:

, м

         Ответ:  ,м; ,м.

         5. На горизонтальной плоскости лежит доска массы *m*1 = 1кг, а на доске – брусок массы *m*2 = 2кг. Коэффициент трения между бруском и доской *μ*1 = 0,25, между доской и горизонтальной плоскостью – *μ*2 = 0,5. С каким минимальным ускорением должна двигаться доска, чтобы брусок начал с нее соскальзывать? Какую горизонтальную силу *F*0следует при этом приложить к доске?

|  |  |
| --- | --- |
| Дано: *m*1 = 1кг                                 *m*2 = 2кг*μ*1 = 0,25*μ*2 = 0,5                                | Решение:   |
| а) *a*m –?  б) *F*0–? |

         Движение доски и бруска одномерное и происходит вдоль оси OX, как показано на рисунке. Поэтому для решения задачи достаточно воспользоваться проекцией уравнения 2 – го закона Ньютона на ось OX (как для бруска, так и для доски). Брусок в горизонтальном направлении вынуждает двигаться с ускорением без проскальзывания сила трения покоя со стороны поверхности доски. По мере роста ускорения доски растет и величина силы трения покоя. Когда она достигает предельной величины равной силе трения скольжения  *F*тр1, то брусок начинает соскальзывать с доски. В этом случае из 2 – го закона Ньютона получим:

*m*2∙*a*m = *F*тр1 = *μ*1∙*F*n1,                                        (1)

где *F*n1  – сила нормального давления бруска на поверхность доски.

         Третий закон Ньютона дает: *F*n1 = *m*2*g*                                          (2).

         Из выражений (1) и (2) следует: *a*m = *μ*1∙*g* = 0,25∙9,81 = 2,45 м/с².

         На доску действуют в горизонтальной плоскости силы  и  как показано на рисунке. Уравнение движения доски в этом случае имеет вид:  *m*1∙*a*m=*F*0-*F*тр1-*F*тр2,                                                                                     (3).

         где *F*тр2 = *μ*2∙*F*n2 – сила трения скольжения между доской и горизонтальной плоскостью, *F*n2 – сила нормального давления доски с брусом на горизонтальную плоскость. Третий закон Ньютона в этом случае дает:          *F*n2 = (*m*1 + *m*2)∙*g*                                                                                            (4).

         Из выражений (3) и (4) получим:

*F*0 = *m*1∙*μ*1∙*g* + *m*2∙*μ*1∙*g* +*μ*2∙(*m*1 + *m*2)∙*g* = (*m*1+ *m*2)∙(*μ*1 +*μ*2)∙*g* = 22 Н.

         Ответ: *a*m = 2,45 м/с²; *F*0 = 22 Н.

**Задача для решения.**

1.19. На  горизонтальной доске лежит брусок массой *m*. Один конец доски поднимается. Изобразите график зависимости силы трения, действующей на брусок, от угла  наклона доски в интервале значений  . Коэффициент трения между доской и бруском 0= 0,25.

**Вращательное движение. Моменты инерции, силы, импульса**

Примеры решения задач.

         6. Сила с компонентами (2, -1, 4), H приложена к точке с координатами (-3, 2, 1), м. Найти:

         а) момент силы  относительно начала системы координат;

         б) модуль момента силы *M*;

         в) проекцию *M*z момента силы  на ось z.

|  |  |
| --- | --- |
| Дано:C:\Users\днс\Desktop\изобр\image002 (1).gif,НC:\Users\днс\Desktop\изобр\image003 (1).gif,м | Решение:По определению  момент силы относительно начала системы координат – векторное произведение радиус – вектора C:\Users\днс\Desktop\изобр\image004 (1).gifи силыC:\Users\днс\Desktop\изобр\image005 (1).gif*.* Следовательно:  |
| а) C:\Users\днс\Desktop\изобр\image006 (1).gif б) C:\Users\днс\Desktop\изобр\image007 (1).gifв) C:\Users\днс\Desktop\изобр\image008 (1).gif   | C:\Users\днс\Desktop\изобр\image009 (1).gif |

, Н∙м                                                                (1)                                                                              *Z-*компонента вектора и есть проекция*M*z момента силы на ось z .

         Следовательно: *M*z = -1, Нм. Модуль момента силы получится из выражения (1): , Н∙м.

         Ответ: , Нм; *M =*17,2 Нм; *M*z = -1Нм.

|  |
| --- |
|  |
|  | C:\Users\днс\Desktop\изобр\image014 (1).jpg |

         7. Во сколько раз уменьшится момент инерции однородного сплошного диска относительно оси, проходящей через его центр инерции (точка О) и перпендикулярной к плоскости диска, если сделать круглый дисковый вырез как показано на рисунке.

Решение

Момент инерции величина аддитивная. Поэтому момент инерции *I*3диска с вырезом относительно точки О равен разности момента инерции диска  относительно точки О и момента инерции малого диска , соответствующего вырезанной части, также относительно точки О, т. е.:        . В задаче необходимо найти отношение . Обозначим массу диска через *m*, а радиус диска через *R*. Тогда масса вырезанной части , а радиус . Как известно, момент инерции диска относительно оси симметрии равен: . Для вычисления момента инерции используем теорему Штейнера: , где – момент инерции малого диска, соответствующего вырезанной части, относительно оси симметрии этого диска, походящей через точку О′. Окончательно: . Таким образом, искомое отношение равно: .

         Ответ: момент инерции диска после сделанного выреза уменьшается в  раз.

         8. Тонкий однородный обруч массой *m*= 2 кг и радиусом *R* = 1м вращается вокруг оси симметрии перпендикулярной к плоскости обруча, делая *n*0= 120 об/мин. Под действием постоянной касательной к поверхности обруча силы *F*т = 4Н обруч тормозиться и останавливается. Определить время торможения *t*т и число оборотов *N*т, которое сделает обруч от начала торможения до остановки.

|  |  |
| --- | --- |
| Дано:  *m* = 2 кг *R* = 1м       *n*0 = 120 об/мин*F*т = 4Н                       | Решение:Для вращающегося обруча, на который действует  тормозящий момент сил C:\Users\днс\Desktop\изобр\image027 (2).gif, уравнение вращательного движения имеет вид:                  C:\Users\днс\Desktop\изобр\image028 (1).gif              (1)где *I* – момент инерции обруча, *ε* – угловое ускорение. |
|   |

|  |  |
| --- | --- |
|  а)  *t*т –?             б) *N*т –? | Момент  инерции тонкого однородного обруча равен*I* = *mR*². Угловое ускорение постоянно,  так кактормозящий   момент сил не изменяется. Следовательно, угловая скорость *ω*связана с угловым ускорением формулой: |

                                                                                                     (2)

         где *ω*0– начальная угловая скорость обруча. Знак минус в выражении (2) учитывает, что угловое ускорение отрицательно, т. е. вращение равнозамедленное. Число оборотов *N*связано с углом поворота обруча *φ*и угловым ускорением соотношением:

                                                                                       (3)

         В конце времени торможения угловая скорость обруча равна нулю и из формул (1) и (2) получим:

с.

         Для числа оборотов *N*т за время торможения из выражения (3) следует:

 об.

         Ответ: *t*т = 6,28 с; *N*т = 12,56 об.

         9. Небольшое тело массой *m* = 200г брошено под углом *α*= 60˚ к горизонту со скоростью *V*0 = 10 м/с. Выразить зависимость момента импульса тела  от времени в системе координат, изображенной на рисунке, относительно точки О. Определить модуль изменения момента импульса  для положения тела в точке наивысшего подъема О΄ и точке падения на землю А.

|  |  |
| --- | --- |
| Дано: *m* = 200г*α*= 60˚C:\Users\днс\Desktop\изобр\image036 (1).gif = 10м/с | Решение:      Введем правостороннюю систему координат OXYZ как показано на рисунке. По определению момент импульса тела C:\Users\днс\Desktop\изобр\image034 (1).gif относительно точки О равен: C:\Users\днс\Desktop\изобр\image037 (1).gif, где C:\Users\днс\Desktop\изобр\image004 (2).gif – радиус–вектор тела, C:\Users\днс\Desktop\изобр\image038 (1).gif – импульс тела. С использованием единичных ортов C:\Users\днс\Desktop\изобр\image039 (1).gif выражение момента импульса для тела брошенного под углом к горизонту       имеет вид:                              |
| а) C:\Users\днс\Desktop\изобр\image034 (1).gif (*t*) –?б) C:\Users\днс\Desktop\изобр\image035.gif –? |

                            (1)

         Как известно, движение тела брошенного под углом к горизонту это “сумма” двух независимых движений: равномерного прямолинейного вдоль оси OX со скоростью и движения с ускорением – *g*вдоль оси OY с начальной скоростью *.* Поэтому выражение (1) принимает вид:

кг∙м²/с

         Время достижения телом точки А в два раза больше времени *t*п достижения телом точки наивысшего подъема О΄. Поэтому разность моментов импульсов в этих точках равна:

                                              (2)

Время достижения точки наивысшего подъема О΄ определяется выражением: с                                                       (3)

Окончательно, для модуля изменения момента импульса из (2) и (3) получим:  кг∙м²/с.

Ответ:   кг∙м²/с;  кг∙м²/с.

**Задача для решения**

1.26. Тело вращается вокруг неподвижной оси так, что угол его поворота меняется в зависимости от времени *t* по закону , где *а*>0, *b*>0. Найти момент времени , в который тело остановится, а также число оборотов *N* тела до остановки. (;  ).

**Законы сохранения. Работа. Энергия**

Примеры решения задач.

10. Однородный цилиндр массой *m* = 10кг и радиусом *r* = 5см свободно скатывается без проскальзывания с наклонной плоскости высотой *h* = 1,0м. Определить угловую скорость движения цилиндра и момент импульса цилиндра при переходе цилиндра с наклонной плоскости на горизонтальную плоскость. Начальная скорость цилиндра равна нулю.

|  |  |
| --- | --- |
| Дано:                                                    *m* = 10кг*r* = 5см*h* = 1,0м | Решение:       C:\Users\днс\Desktop\изобр\image001.jpg |
| а) *ω* –?              б) *L* –? |
|   |

В начальный момент движения скорость цилиндра равна нулю и его полная механическая энергия равна потенциальной . При переходе на горизонтальную плоскость полная механическая энергия цилиндра равна сумме кинетической энергии  и потенциальной энергии  цилиндра. По закону сохранения полной механической энергии получается:

                                                                                   (1)

Потенциальная энергия цилиндра определяется положением центра масс цилиндра над горизонтальной плоскостью. Поэтому: 

, где *g* – ускорение свободного падения.

Как известно, качение цилиндра по плоской поверхности можно рассматривать как поворот с угловой скоростью *ω* вокруг мгновенной оси вращения, проходящей по линии соприкосновения цилиндрической поверхности и плоскости. На рисунке мгновенная ось вращения проходит через точку М перпендикулярно плоскости рисунка. Следовательно, кинетическая энергия определяется выражением:

                                                                          (2)

где *I* – момент  инерции  цилиндра  относительно мгновенной оси вращения. Из известного выражения для момента инерции цилиндра относительно оси симметрии и теоремы Штейнера получается:

                                                                     (3)

Выражение (1) с учетом формул (2) и (3) принимает вид:

                                                                         (4)

Из уравнения (4) для угловой скорости *ω* следует:

 с‾¹.

Момент импульса  при переходе цилиндра на горизонтальную плоскость направлен вдоль мгновенной оси вращения как показано на рисунке. Модуль момента импульса равен:

 кг∙м²/с.

Ответ: *ω* = 72 с‾¹; *L* = 2,7 кг∙м²/с.

11. Два шара, один массой *m*1= 2кг, второй *m*2= 3кг, на горизонтальной плоскости движутся навстречу во взаимноперпендикулярных направлениях и сталкиваются абсолютно неупруго. Найти после соударения скорость шаров , направление скорости и часть механической энергии шаров, перешедшей во внутреннюю энергию шаров. До соударения скорость первого шара  = 5 м/с, второго –  = 3 м/с.

|  |  |
| --- | --- |
| Дано:                                                   *m*1= 2кг                                                 *m*2= 3кгC:\Users\днс\Desktop\изобр\image015 (3).gif = 5 м/с                                                                C:\Users\днс\Desktop\изобр\image016 (1).gif = 3 м/с                                                                                                    | Решение:                                              C:\Users\днс\Desktop\изобр\image017.jpg                   Рис.1                                  Рис.2 |
| а) C:\Users\днс\Desktop\изобр\image014 (1).gif –?                                                                                             б) *α*–?                                                                   в) Δ*W* –?   |

На горизонтальной плоскости введем систему координат XOY, как показано на рис.1. Соударение шаров происходит вначале системы координат. Соударение абсолютно неупругое, поэтому, шары “слипаются” и движутся вместе со скоростью , как показано на рис. 1. Внешняя сила (сила тяжести), действующая на шары, перпендикулярна к горизонтальной плоскости и, следовательно, выполняется закон сохранения импульса:

  ,                                                          (1)

где  - импульс первого шара до соударения,  - импульс второго шара до соударения,  - импульс шаров после соударения. Из характера движения шаров и закона сохранения импульса следует, что направление векторов  должны соответствовать рис. 2, а модули векторов связаны соотношением:  или          (2)

Из уравнения (2) для скорости  получаем:

 м/с.

Угол *α*, характеризующий направление скорости , может быть найден из рис. 2 по формуле: .

При абсолютно неупругом соударении механическая энергия тел уменьшается на величину Δ*W*, перешедшую во внутреннюю энергию шаров. Движение происходит на горизонтальной плоскости, поэтому механическая энергия системы обусловлена кинетической энергией шаров. Окончательно, для величины Δ*W*следует:

 Дж.

Ответ:  = 2,7м/с; *α* = 42º; Δ*W* = 20,25 Дж.

12. На дистанционной скамье Жуковского вращается с частотой *n*1 = 1об/с человек, держащий в центре горизонтально расположенный металлический стержень массой *m* = 5 кг и длинной *l* = 1,5 м. Определить частоту вращения человека *n*2 и совершенную работу *A*, если он повернет стержень в вертикальное положение. Момент инерции человека и скамьи *I*0 = 5 кг∙м².

|  |  |
| --- | --- |
| Дано:*n*1 = 1 об/с*m* = 5 кг*l* = 1,5 м   *I*0 = 5 кг∙м2 | Решение:Вращение человека со стержнем происходит вокруг вертикальной оси,момент внешних сил относительно которой равен нулю. Поэтому величина момента импульса *L* относительно вертикальной оси остается неизменной при повороте стержня, т. е.: C:\Users\днс\Desktop\изобр\image031 (2).gif или C:\Users\днс\Desktop\изобр\image032 (2).gif ,                                                   (1)где *I*1 и *ω*1 – момент инерции и угловая скорость человека со стержнем, горизонтально расположенным; |
| а) *n*2–?   б) *A*–? |

*I*2 и *ω*2 – момент инерции и угловая скорость человека со стержнем, вертикально расположенным. Угловая скорость *ω* и число оборотов в единицу времени связаны соотношением:   (2). Момент инерции стержня *I*c относительно оси перпендикулярной кстержню и проходящей через его центр масс равен: . Поэтому:  – (3). При повороте стержня в вертикальное положение его момент инерции становится равным нулю. Следовательно,  (4). Подставляя соотношения  (2) – (4) в формулу (1), получим: . Отсюда, для величины *n*2 следует: об/с.

Работа A, совершенная человеком при повороте стержня, равна изменению кинетической энергии. Поэтому:

   Дж.

Ответ: *n*2 = 1,19 об/с; *A* = 22,5 Дж.

**Задача для решения**

1.47. Два шара движутся навстречу друг другу вдоль оси *Х*. Масса первого шара *m*1=0,20 кг, масса второго шара *m*2=0,30 кг. До столкновения проекции скоростей шаров на ось равны V1*х*=1м/с, V2*х*=-1м/с. Найти проекции скоростей шаров 1*х* и 2*х* после центрального абсолютного упругого соударения.

(1*x*=-1,4 м/c ; 2*x*=0,60 м/c).

**Релятивистская механика. Механика жидкости и газа**

Примеры решения задач

13. Плотность, покоящегося в системе отсчета K  однородного тела, в движущейся K′– системе отсчета возрастает на 10%. Определить скорость движения тела  и изменение массы тела  относительно K′– системы отсчета.

|  |  |
| --- | --- |
| Дано:C:\Users\днс\Desktop\изобр\image003 (3).gif | Решение:Плотность C:\Users\днс\Desktop\изобр\image004 (4).gif однородного тела в K – системе отсчета                                                                               имеет вид: C:\Users\днс\Desktop\изобр\image005 (3).gif                                                   (1), где *m*0 – масса покоя тела, *V*0 – объем тела в K– системе отсчета. Как известно, в движущей K′– системе отсчета масса *m* того же тела определяется выражением:                   C:\Users\днс\Desktop\изобр\image006 (3).gif                                                                       (2) |
| а) C:\Users\днс\Desktop\изобр\image001 (2).gif–?б) C:\Users\днс\Desktop\изобр\image007 (3).gif |

где  – скорость  тела  относительно K′ - системы отсчета, *c* – скорость света в вакууме. Явление лоренцева сокращения для объема *V* тела в K′– системы отсчета дает выражение:                                           (3) Из соотношений (1) – (3) и условия задачи для скорости тела в K′ – системе отсчета следует уравнение:                                                                                      (4)

Отсюда, для скорости тела получается:

 м/с.

Из выражения (2) для изменения массы тела вытекает: %

  Ответ:  = 0,9∙108 м/с;  = 0,049.

14. Шприц, используемый для промывки и смазки шарнирных соединений автомобиля, заполнен керосином плотностью *ρ* = 0,8 г/см3. Радиус поршня шприца *R*= 2см, ход поршня *l* = 25 см, радиус выходного отверстия *r* = 2 мм. Определить скорость вытекания керосина  из шприца, время *τ*, за которое будет выдавлен весь керосин из шприца, если давить на поршень с постоянной силой *F* = 5 Н. Вязкостью керосина, трением поршня о стенки пренебречь.

|  |  |
| --- | --- |
| Дано:*ρ* = 0,8 г/см3*R* = 2см     *l*= 25 см*r* = 2 мм*F* = 5 Н | Решение:            Движение керосина по шприцу соответствует течению идеальной жидкости по двум соединенным цилиндрическим сосудам. В первом – площади  поперечного сечения C:\Users\днс\Desktop\изобр\image013 (3).gif                                                    (1) керосин движется со скоростью C:\Users\днс\Desktop\изобр\image014 (2).gif, во втором – площади поперечного сечения C:\Users\днс\Desktop\изобр\image015 (4).gif                                 (2) керосин  вытекает  со  скоростью C:\Users\днс\Desktop\изобр\image012 (3).gif. Давление *P*1 в                  первом сосуде, обусловившее  движение  жидкости, создается поршнем и равно: C:\Users\днс\Desktop\изобр\image016 (2).gif                              (3) |
| а) C:\Users\днс\Desktop\изобр\image012 (3).gif–? б) *τ* –? |

Для  нахождения  искомых  величин,  используем уравнения неразрывности и уравнение Бернулли в сечениях *S*1 и *S*2:

                                                                                    (4)

Из системы уравнений (4) с учетом формул (1) – (3) для скорости вытекания керосина  получается:

 м/с.

Скорость движения керосина в шприце  и скорость движения поршня равны. Поэтому время, за которое будет выдавлен весь керосин из

шприца, следует из соотношения:  с.

Ответ:  =  3,15 м/с; *τ* = 7,9 с.

**Задача для решения**

1.68. Электрон движется со скоростью, равной 0,6 скорости света. Определите импульс и полную энергию электрона.

(*р*=20,5 10-23; *W*=10-13 Дж).

***МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА***

**Основы молекулярно-кинетической теории**

Примеры решения задач

15. Удельные теплоемкости некоторого газа равны  сp = 912 Дж/кг∙К и сv = 649 Дж/кг∙К. Определить молярную массу *μ* этого газа, число степеней свободы *i* его молекул.

|  |  |
| --- | --- |
| Дано:*с*p = 912 Дж/кг∙К*с*v =  649 Дж/кг∙К | Решение: Как известно,  молярные  теплоемкости *C*p и *C*v при постоянном  давлении  и постоянном объеме, соответственно, связаны соотношением:                   C:\Users\днс\Desktop\изобр\image001 (3).gif                                        (1)где *R* –  универсальная  газовая постоянная. Отсюда, для связи соответствующих удельных теплоемкостей получается:                               C:\Users\днс\Desktop\изобр\image002 (3).gif                                      (2) |
| а) *μ* –?   б) *i* –? |

Из выражения (2) найдем молярную массу газа: кг/моль.

Удельная теплоемкость при постоянном объеме связана с числом степеней свободы молекул газа *i* выражением:

                                                                                         (3)

Из формулы (3)  получается значение числа степеней свободы

молекул газа: .

Ответ: *μ* = 32∙10-3кг/моль; *i* = 5.

**Задача для решения**

2.4. В рассматриваемом интервале температур теплоемкость некоторого тела определяется функцией *С*=10+2×10-2*Т*+3×10-5*Т*2 (Дж/К). Определить количество теплоты *Q*, получаемое телом при нагревании от *Т*1=300 К до *Т*2=400 К.

**Элементы статистической физики, распределения**

Примеры решения задач

|  |
| --- |
|  |
|  | C:\Users\днс\Desktop\изобр\image001 (1).jpg |

16. На рисунке приведен график функции распределения некоторой случайной величины *x*. Считая известной величину *a*, определить константу *A* из условия нормировки функции распределения. Вычислить среднее значения x и *x*2.

Решение:

Знание функции распределения *f*(x) позволяет найти среднее любой функции *Ф*(*x*) по формуле:

                                                                      (1)

Для определения вида функции распределения необходимо найти константу *A*. Это можно сделать из условия нормировки функции распределения:

                                                                                         (2)

Из геометрической  интерпретации  этого интеграла следует, что выражение (2) равно площади под кривой графика функции распределения, т. е. . Отсюда для константы *A* получается . По известной величине *A* и по графику можно установить аналитический вид функции распределения *f*(*x*):

                                                                (3)

Из формулы (1) и (3) для средних значений <*x*> и <*x*2> следует:





Ответ: ; ; .

17. На какой высоте  h давление воздуха вдвое меньше, чем на уровне моря. Температура воздуха *T* = 290 К.

|  |  |
| --- | --- |
| Дано: C:\Users\днс\Desktop\изобр\image011 (3).gif=0,5*T* = 290 К     *μ* = 29∙10-3 кг/моль | Решение:Зависимость  давления *P*(*h*) атмосферы от высоты выражается барометрической формулой:  C:\Users\днс\Desktop\изобр\image012 (4).gif                                          (1) где *P*0– давление на уровне  моря, *μ* – молярная  масса   воздуха,  *g* – ускорение свободного падения, *R-* универсальная газовая постоянная.    |
| *h*–? |

Логарифмирование выражения (1) дает:

                                                                                                  (2)

Из соотношения (2) находим высоту *h*: 

км.

Ответ: *h* = 5,87 км.

**Задача для решения**

2.9. Пылинки, взвешенные в воздухе, имеют массу *m*= г. Во сколько раз уменьшится их концентрация *n* при увеличении высоты на     *h*=10 м? Температура воздуха *Т*=300 К.

 (В  e23.6 раз).

**Физическая кинетика.**

Примеры решения задач

18. Определить среднюю длину свободного пробега <*λ*>, среднее число столкновений в единицу времени <*z*>, среднюю продолжительность свободного пробега молекул водорода <*τ*>  в сосуде при температуре *T* = 290 К и плотности *ρ* = 1 г/м3. Эффективный диаметр молекулы водорода *d* = 2,3∙10-10м.

|  |  |
| --- | --- |
| Дано:*T* = 290 К*ρ* = 1 г/м3*μ* = 2 г/моль*d* = 2,3∙10-10м | Решение:Средняя длина свободного пробега молекул определяется концентрацией *n* по формуле:         C:\Users\днс\Desktop\изобр\image001 (4).gif                                              (1)  Среднее число столкновений в единицу времени выражается соотношением, в которое  входит  средняя скорость молекул        : C:\Users\днс\Desktop\изобр\image003 (6).gif                           (2)Средняя продолжительность свободного пробега молекул <*τ*> имеет вид:            C:\Users\днс\Desktop\изобр\image004 (7).gif                                   (3) |
| а) <*λ*> –?      б) <*z*> –? в) <*τ*> –? |

По известной плотности газа *ρ* концентрация молекул *n* может быть вычислена из формулы:                                                                   (4) где *N*А – число Авогадро. Средняя скорость молекул газа равна:

                                                                                   (5)

где *R* – универсальная газовая постоянная.  Из соотношений (1) и (4) для <*λ*> получается:  м.

Из формул (1), (2) и (5) для <*z*> следует:

 с-1.

По известному значению <*z*>  из выражения (3) для <*τ*> имеем:  с.

Ответ: <*λ*> = 1,4∙10-8м; <*z*> = 1,3∙1011с-1; <*τ*> = 7,7∙10-12 с.

**Задача для решения**

2.15. На высоте *h*=20 см над горизонтальной трансмиссионной лентой, движущейся со скоростью *V*=70 м/с, параллельно ей подвешена пластина площадью *S*=4 см2. Какую силу надо приложить к этой пластине, чтобы она оставалась неподвижной? В условиях опыта температура воздуха *t*=27С, давление атмосферное. Принять эффективный диаметр молекулы *d*=310-10 м.

(*F*=2,610-6 H).

**Термодинамические процессы, циклы**

Примеры решения задач.

19. Азот массой г занимает объем л и находиться под давлением  МПа. Сначала этот газ нагревается при неизменном давлении до объема л, а затем при постоянном объеме до давления  МПа. Найти:

а) Изменения  внутренней энергии газа;

б) Совершенную системой работу ;

в) Количество теплоты , переданной газу;

г) Конечную температуру .

Построить график зависимости на  диаграмме.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Дано:* г
* л
* МПа
* л

C:\Users\днс\Desktop\изобр\image005 (8).gif МПаC:\Users\днс\Desktop\изобр\image011 (4).gifкг/моль | Решение:Анализ условия задачи начнём с построения графика процесса на  диаграмме, учитывая соотношения величинC:\Users\днс\Desktop\изобр\image012 (5).gif, C:\Users\днс\Desktop\изобр\image013 (5).gif, C:\Users\днс\Desktop\изобр\image014 (4).gif,C:\Users\днс\Desktop\изобр\image015 (6).gif.    C:\Users\днс\Desktop\изобр\image016.jpg |  |
|  |
| а) C:\Users\днс\Desktop\изобр\image006 (6).gif - ?б) C:\Users\днс\Desktop\изобр\image007 (6).gif - ?в) C:\Users\днс\Desktop\изобр\image008 (6).gif - ?г) C:\Users\днс\Desktop\изобр\image009 (6).gif -? |  |
|  |
|  |
|  |

Как видно из рисунка система из состояния 1 переходит в конечное состояние 3 сначала по изобаре 1 – 2, а затем по изохоре 2 – 3.Из графика следует, что работа , совершенная газом в этом процессе, равна площади прямоугольника под изобарой 1 – 2, т.е. :

Дж

Для определения изменения внутренней энергии газа  в рассматриваемом процессе используем уравнение       Клапейрона-Менделеева:

                                                                                                (1)

и калорическое уравнение состояния двухатомного идеального газа:

                                                        (2)

Из уравнений (1) и (2) для U следует:



   Дж

Из первого закона термодинамики для количества теплоты Q, переданного газу, получается:

Дж

Из уравнения Клапейрона–Менделеева (1) для конечной темпера-туры газа Т3 имеем:

 К

Ответ:  Дж;  Дж;  Дж;  К

20. Одноатомный газ, имевший при давлении кПа объем м3, сжимался изобарически до объема м3 , затем – адиабатически и, на последнем участке цикла, расширялся при постоянной температуре до начального объема и давления. Найти теплоту , полученную газом от нагревателя, теплоту , переданную газом холодильнику, работу , совершенную газом за весь цикл, КПД цикла . Изобразить цикл  на P-V диаграмме.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| C:\Users\днс\Desktop\изобр\image037.jpgДано:i = 3P1 = 100 кПаV1 = 5 м3V2 = 1м3 | Решение:Анализ условия задачи начнём с построения графика цикла на P-V диаграмме, учитывая соотношения величин P1,P3 ,V1,V2 ,V3.  |  |
| а)Q1 - ?б)Q2 - ?в)A -?г) C:\Users\днс\Desktop\изобр\image036 (3).gif - ? |  |
|  |
|  |
|  |

Как видно из рисунка, на первом участке цикла 1-2 газ сжимался изобарически, отдавая холодильнику количество теплоты Q2 и совершая работу  A12. По первому закону термодинамики для перехода из состояния 1 в состояние 2 можно записать:  - (1), где  - изменения внутренней энергии газа. Калорическое уравнение состояния одноатомного газа имеет вид:  - (2), где  - количество вещества, а уравнение Клапейрона – Менделеева:  - (3).

 Используется уравнения (2), (3) и тот факт, что работа газа на участке 1 – 2 равна площади прямоугольника ( с обратным знаком ) под изобарой 1 – 2, для количества теплоты  из соотношения (1) получим:

        Дж

Знак “ минус” показывает, что количество теплоты  отдаётся газом холодильнику.

Количество теплоты , которое получает газ от нагревателя на изотерме   3 – 1 при температуре ,по первому закону термодинамики равно:  - (4), где  - работа, совершённая газом на участке 3 – 1.

Как известно, работа газа при изотермическом процессе определяется формулой  - (5). Состояния (3) и (1) находятся на одной изотерме, поэтому:  - (6). В тоже время состояния (3) и (2), как видно из рисунка, соответствуют одной адиабате, поэтому из уравнения Пуассона следует:   - (7), где  - показатель адиабаты одноатомного идеального газа. Исключая из уравнения (6) и (7) величины давления  и, получим  - (8). Используя формулы (3), (5) и (8) для количества теплоты  из соотношения (4) имеем:



   Дж.

Работа , совершённая газом за цикл, как вытекает из первого закона термодинамики, равна:  Дж.

Для КПД цикла  имеем: 

Ответ:  Дж;  Дж;  Дж; 

**Задача для решения**

2.23. Азот плотностью 1=1,4 кг/м3 занимает объем *V*1=5 л при температуре *t*1=27 C. Газ адиабатически переведен в состояние с плотностью =3,5 кг/м3. Определить температуру газа *T*2 в конце перехода и изменение его внутренней энергии. Построить переход на диаграмме *S*-*T*.

(*T*2=433 К; *U*=197 Дж).

**Энтропия**

Пример решения задач.

21.Найти приращение энтропии при расширении 0,20г водорода от объёма 1,5л до объёма 4,5л, если процесс расширения происходит:

а) при постоянном давлении;

б) при постоянной температуре.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Дано:C:\Users\днс\Desktop\изобр\image002 (6).gifгC:\Users\днс\Desktop\изобр\image002 (6).gifг/моль | Решение:Для решения задачи будем опираться на выражение энтропии C:\Users\днс\Desktop\изобр\image004 (9).gif идеального газа в переменных V,P и в переменных V, Т. Как  известно, в переменных V, P энтропия C:\Users\днс\Desktop\изобр\image007 (9).gif идеального газа определяется формулой:         C:\Users\днс\Desktop\изобр\image008 (7).gif,                      (1)где C:\Users\днс\Desktop\изобр\image009 (7).gif - молярная теплоёмкость при постоянном давлении идеального газа, C:\Users\днс\Desktop\изобр\image010 (6).gif - молярная теплоёмкость при постоянном  объёме  идеального  газа, C:\Users\днс\Desktop\изобр\image011 (5).gifчисло  |  |
| C:\Users\днс\Desktop\изобр\image012 (7).gifC:\Users\днс\Desktop\изобр\image013 (6).gifлC:\Users\днс\Desktop\изобр\image014 (5).gifл |  |
|  |
|  |
| а) C:\Users\днс\Desktop\изобр\image015 (7).gif?б) C:\Users\днс\Desktop\изобр\image016 (3).gif? |  |
|  |

степеней свободы молекулы газа,  постоянная величина. Из формулы (1) для приращения энтропии  при переходе из состояния 1 в состояние 2 при постоянном давлении получим:



 Дж/К

В переменных  энтропия  идеального газа определяется выражением:

,                                                        (2)

где    - постоянная величина. Из формулы (2) приращение энтропии  - при переходе из

состояния 1 в состояние 2 при постоянной температуре равно:



 Дж/К.

Ответ: Дж/К; Дж/К

**Задача для решения**

2.36. Найти изменение *S* энтропии при превращении массы *m*=200 г льда, находившегося при температуре *t*1=-10,7 C в воду при *t*2=0 C. Теплоемкость льда считать не зависящей от температуры. Температуру плавления принять равной  273 К. *С*=2,1103 Дж/кгК; удельная теплота плавления льда  =333103 Дж/кг.

 (*S*=*m*[*C*ln(*T*2/*T*1)+/*T*2]=261 Дж/К).

**Методические рекомендации к выполнению контрольной работы по физике.**

         В овладении знаниями по физике большую роль играет систематическое решение задач. Оно помогает анализировать физические явления и выделить обуславливающие их главные факторы, способствует более глубокому пониманию применяемых законов, закрепляет в памяти основные формулы, фундаментальные константы и другие полезные данные, прививает навыки практического применения теории и развивает творческое мышление.

         При самостоятельном решении задач целесообразно соблюдать следующие правила:

         - выбрать систему единиц, которая наиболее удобна для решения данной задачи, выразить все величины, входящие в условие задачи, в единицах данной системы и выписать их для наглядности столбиком;

         - дать схематический чертеж (где это возможно), поясняющий содержание задачи;

         - провести решение в общем виде, в буквенных обозначениях, без подстановки числовых значений в промежуточные формулы;

         - проверить, дает ли рабочая формула правильную размерность искомой величины;

         - подставить в окончательную формулу числовые значения и указать единицу физической величины для полученного результата;

         - при подсчете определить количество значащих цифр, пользуясь правилами приближенных вычислений;

         - получив числовой ответ, оценить его правдоподобность.

***ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ***

**Электростатика. Диэлектрики**

Примеры решения задач.

22. Плоское тонкое кольцо с внутренним радиусом  и внешним радиусом  равномерно заряжено с поверхностной плотностью заряда .

         а) Приняв ось плоского кольца за ось Х, найти напряженность электрического поля  и электрический  потенциал  на оси кольца как функцию .

         б) Найти выражение для  и  при  и 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Дано:C:\Users\днс\Desktop\изобр\image010.gifC:\Users\днс\Desktop\изобр\image003 (1).gif | Решение:а) Для решения задачи обратимся к рис.1, на котором изображено кольцо равномерно заряженное и ось ОХ. Для  определения напряжённости  C:\Users\днс\Desktop\изобр\image011.gif и потенциала  C:\Users\днс\Desktop\изобр\image012.gif в некоторой точке  А на оси ОХ, координата которой Х, разобьём кольцо конечной ширины на бесконечно тонкие кольца ширины C:\Users\днс\Desktop\изобр\image013.gif и радиусы C:\Users\днс\Desktop\изобр\image014.gif как показано на рис.1, (вначале рассмотрим случайC:\Users\днс\Desktop\изобр\image015.gif ). |  |
|

|  |
| --- |
| C:\Users\днс\Desktop\изобр\image016.jpg |
|  |  |

а) C:\Users\днс\Desktop\изобр\image004.gif? C:\Users\днс\Desktop\изобр\image005.gif?б) C:\Users\днс\Desktop\изобр\image007.gif?* ?

при C:\Users\днс\Desktop\изобр\image008.gifпри C:\Users\днс\Desktop\изобр\image009.gif |  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

Бесконечно тонкое кольцо радиуса r можно представить как совокупность точечных противоположно лежащих зарядов (элементов кольца) равной величины: как показано на рис.2. Эти точечные заряды создают  напряженность   и  в точке А, направленные по линиям, соединяющим заряды с точкой А.

|  |
| --- |
|  |
|  | C:\Users\днс\Desktop\изобр\image023.jpg |

         Для детального анализа проведём через точку А ось Y перпендикулярно оси ОХ. Как видно из рис.2, проекции ,  векторов  и   равны, но имеют разные знаки. Следовательно, элементы бесконечно тон­кого кольца   и   создают в точке А вектор напряжённости  на­правленный по оси ОХ. По принципу суперпозиции проекция вектора   на ось ОХ равна:

              ,            (1)

где  - угол между векторами  ,   и осью ОХ, .

Вектор напряженности  от всего бесконечно тонкого кольца будет направлен в точке А вдоль оси ОХ. По принципу суперпозиций проекция вектора  на ось ОХ определяется выражением:

,  (2)

где   - заряд бесконечно тонкого кольца радиуса r.

         Кольцо конечной ширины из рис.1 можно представить как совокуп­ность бесконечно тонких колец, радиусы которых лежат в пределах  от  до . По принципу суперпозиций значение напряжённости  электростати­ческого поля в точке на оси ОХ  с координатой Х получается интегрирова­нием выражения (2):

             (3)

Вектор напряженности направлен вдоль оси ОХ, если  и против оси, если .

         Последовательность расчетов при определении потенциала  в точке А аналогично последовательности выкладок при  нахождении  напряженности . Как следует из рис.2, потенциал в точке А   от элементов бесконечно тонкого кольца  и  по принципу  суперпозиций равен сумме: ,                                              (4)

где  - потенциал в точке А от элемента ,  - потенциал в точке А от элемента .

         По принципу суперпозиций потенциал  в точке А от всего беско­нечного тонкого кольца определяется выражением:

                              (5)

Значение потенциала   в точке с координатой  на оси ОХ от кольца конечной ширины из рис.1 получается интегрированием соотношения (5):

                                       (6)

б) В точке в центре кольца значения напряженности  и потенциала  получаются постой подстановкой в формулы (3) и (6), соответственно:  ; .

Для точек на оси ОХ далеко расположенных от кольца  выражение для  и   могут быть получены в результате разложения формул  (3) и (6) по малым параметрам  и  (стремящихся к нулю) в ряд. В этих преобразованиях ввиду малости  и  можно ограничится первыми членами ряда. Окончательно, имеем:

                                                         (7)



                                                     (8)

Вид формул (7) и (8)  согласуется с представлением, что  на больших расстояниях электростатическое поле заряженного кольца должно совпадать с полем точечного заряда такой же величины.

Ответ: а) ;

                   

         б) ; ;

     при ;

      при 

**Задача для решения**

3.4. По тонкому проволочному кольцу радиусом *r*=60 мм, равномерно распределен заряд *q*=20 нКл.

а) Приняв ось кольца за ось *х*, найти потенциал  и напряженность поля  на оси кольца как функцию *х* (начало отсчета *х* поместить в центр кольца).

б) Исследовать случаи *х*=0 и *х*>> *r*.

(*E*=(1/40) ; =(1/40) ).

**Постоянный ток**

**Задача для решения**

3.19. Сила тока в проводнике сопротивлением 20 Ом нарастает в течение времени *t*=2 с по линейному закону от *I*0=0 до *Imax*=6 A. Определить количество теплоты *Q*, выделившееся в этом проводнике за первую секунду.

(*Q*=60 Дж).

**Магнетизм**

3.26. По витку радиусом *R*=10 см течет ток *I*=50 А. Виток помещен в однородное магнитное поле *В*=0,2 Тл. Определить момент силы *М*, действующей на виток, если плоскость витка составляет угол =60 с линиями индукции.

 (0,157 Нм).

***КОЛЕБАНИЯ, ВОЛНЫ И ОПТИКА***

**Механические колебания и волны**

4.4. Поперечная  волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью *V*=15 м/с. Период колебания точек шнура *Т*=1,2 с. Определить разность фаз колебаний двух точек, лежащих на луче и отстоящих от источника волн на расстояниях *x*1=20 м, *x*2=30 м.

      (200).

## Электромагнитные колебания и волны.

**Задачи для решения**

4.5. Уравнение изменения силы тока в колебательном контуре дается в виде *I*=-0,02sin400 *t* (A). Индуктивность контура 1 Гн. Найти:

а) период колебаний;

б) емкость контура;

в) максимальную разность потенциалов на обкладках конденсатора.

(*T*=5·10-3 c, *C*=6,3·10-7 Ф, *Umax*=25,2 B).

4.8. В цепь переменного тока напряжением 220 В включены последовательно емкость *С*, активное сопротивление *R* и индуктивность*L*. Найти падение напряжения *UR* на омическом сопротивлении, если известно, что падение напряжения на конденсаторе равно *UC*=2*UR* и падение напряжения на индуктивности *UL*=3*UR*.

 (*UR*=156 B).

**Оптика**

5.4.   Пластина кварца толщиной *d*1=1 мм, вырезанная перпендикулярно оптической оси кристалла, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света определенной длины волны на угол 1=20. Определить:

а) какова должна быть длина *d*2 кварцевой пластинки, помещенной между двумя “параллельными” николями, чтобы свет был полностью погашен;

б) какой длины *l* трубку с раствором сахара концентрации *С*=0,4 кг/л надо поместить между николями для получения того же эффекта.

Удельное вращение раствора сахара 0=0,665 град/(м-2кг).

(*d*2=4,5 мм, *l*=3,4 дм).