**1.1. КИНЕМАТИКА**

**1.1.1.** Минометная батарея расположена у подножья горы с наклоном к горизонту 45°. Под каким углом α к горизонту надо установить ствол орудия, чтобы мина достигла склона на максимальной высоте? Сопротивление воздуха не учитывать.

**1.1.2.** Под каким углом φ к горизонту следует бросить камень с вершины горы с уклоном 45°, чтобы он упал на склон на максимальном расстоянии?

**1.1.3.** Атлет толкает ядро с разбега. Считая, что скорость ядра относительно атлета в момент броска равна по величине скорости разбега, найти угол α, под которым следует выпустить ядро по отношению к земле, чтобы дальность полета была максимальной. Высоту самого атлета не учитывать.

**1.1.4.** Два тела бросили одновременно из одной точки: одно — вертикально вверх, другое — под углом к горизонту. Начальная скорость каждого тела . Пренебрегая сопротивлением воздуха найти расстояние между телами через .

**1.1.5.** Два шарика бросили одновременно из одной точки в горизонтальном направлении в противоположные стороны со скоростями и . Найти расстояние между шариками в момент, когда их скорости окажутся взаимно перпендикулярными.

**1.1.6.** Три точки находятся в вершинах равностороннего треугольника со стороной *a*. Они начинают одновременно двигаться с постоянной по модулю скоростью , причем первая точка все время держит курс на вторую, вторая — на третью, третья — па первую. Через сколько времени точки встретятся?

**1.1.7.** Точка A движется равномерно со скоростью так, что вектор все время нацелен на точку B, которая движется прямолинейно и равномерно со скоростью . В начальный момент и расстояние между точками равно *l*. Через сколько времени точки встретятся?

**1.1.8.** Две частицы движутся с постоянными скоростями и по двум взаимно перпендикулярным прямым к точке их пересечения *O.* В момент частицы находились на расстояниях и от точки *O*. Через сколько времени после этого расстояние между частицами станет наименьшим? Чему оно равно?

**1.1.9.** Из пункта *A,* находящеюся на шоссе, необходимо за кратчайшее время попасть на машине в пункт *B,* расположенный в поле на расстоянии *l* от шоссе. На каком расстоянии от точки *D* следует свернуть с шоссе, если скорость машины по полю в раз меньше ее скорости по шоссе?

**1.1.10.** За время точка прошла половину окружности радиуса *R* = 160 см. Найти за это время:

а) среднее значение модуля скорости ;

б) модуль среднего вектора скорости ;

в) модуль среднего вектора полного ускорения , если тангенциальное ускорение постоянно.

**1.1.11.** Точка движется по окружности со скоростью , где . Найти её полное ускорение в момент, когда она пройдет длины окружности после начала движения.

**1.1.12.** Точка движется по дуге окружности радиуса *R*. Её скорость зависит от пройденного пути по закону . Найти угол между векторами скорости и полного ускорения как функцию .

**1.1.13.** Твердое тело вращается, замедляясь, вокруг неподвижной оси с угловым ускорением , где — его угловая скорость. Найти среднюю угловую скорость тела за время, в течение которою оно будет вращаться, если в начальный момент его угловая скорость была равна .

**1.1.14.** Как показали радиолокационные измерения, Венера вращается вокруг своей оси в направлении, обратном ее орбитальному движению. Период осевого вращения Венеры (относительно звезд) T1 = 243 земных суток. Венера обращается вокруг Солнца с периодом T2 = 225 земных суток. Определить продолжительность солнечных суток на Венере, т. е. время T между двумя последовательными прохождениями Солнца через один и тот же меридиан на этой планете (время от полудня до полудня).

**1.1.15.** Колесо радиуса *R* катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности со скоростью . Найти величину и направление векторов скорости и для двух точек обода катящегося колеса, расположенных в данный момент на противоположных концах горизонтального диаметра колеса. Как будут направлены ускорения этих точек?

**1.1.16.** Автомобиль с колесами радиусом *R* движется со скоростью по горизонтальной дороге, причем , где — ускорение свободного падения. На какую максимальную высоту *h* может быть заброшена вверх грязь, срывающаяся с колес автомобиля? Указать положение той точки на покрышке колеса, с которой при данной скорости движения автомобиля грязь будет забрасываться выше всего. Сопротивление воздуха движению отброшенной вверх грязи не учитывать.

**1.1.17.** Колесо радиуса *R* катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности со скоростью . Найти горизонтальную и вертикальную компоненты вектора ускорения произвольной точки на ободе колеса. Указать величину и направление вектора полного ускорения точек, лежащих на ободе колеса.

**1.1.18.** Колесо радиусом *R* движется горизонтально со скоростью и вращается с угловой скоростью . Точка A на ободе описывает в пространстве некоторую траекторию. Найти радиус ее кривизны в момент, когда точка находится на уровне центра колеса.

**1.1.19.** Диск радиусом *R*, вращающийся вокруг своей оси с угловой скоростью , брошен под углом α к горизонту со скоростью . Точка A на ободе описывает в пространстве некоторую траекторию. Найти радиус се кривизны в момент наибольшего подъема, если точка A находится при этом над центром диска.

**1.1.20.** Горизонтальный диск вращается с угловой скоростью вокруг вертикальной оси. В некоторой точке на этом диске на расстоянии *R* от его оси установлен второй диск, ось которого также вертикальна. Второй диск вращается вокруг своей оси в ту же сторону, что и первый диск, но с угловой скоростью . Где располагается та мгновенная ось вращения, движение вокруг которой второго диска будет эквивалентно его участию в двух описанных вращательных движениях с угловыми скоростями и ? С какой угловой скоростью должен вращаться второй диск вокруг этой мгновенной оси?

**1.2. ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ ДИНАМИКИ**

**1.2.1.** По наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом, ускоренно скользит доска массой *M*. Коэффициент трения доски о наклонную плоскость равен *k*. На доску кладут тело массой *m*, которое скользит по доске без трения. Какова должна быть минимальная масса тела , чтобы движение доски по наклонной плоскости стало равномерным?

**1.2.2.** Плоская шайба массой *M* лежит на тонкой пластине на расстоянии *L* от ее края. Пластину с большой постоянной скоростью выдергивают из-под шайбы, которая при этом практически не успевает сместиться. Найти зависимость расстояния, проходимого шайбой, от времени ее скольжения по поверхности стола. На какое расстояние в итоге сместится шайба? Считать, что сила трения между шайбой и пластиной, шайбой и столом прямо пропорциональна скорости с коэффициентом пропорциональности γ.

**1.2.3.** Хоккейная шайба падает на лед со скоростью под углом α и продолжает скользить по льду. Найти скорость скольжения как функцию времени, если коэффициент трения шайбы о лед *k* не зависит от скорости и силы давления шайбы на лед.

**1.2.4.** При торможении всеми четырьмя колесами тормозной путь автомобиля равен . Найти тормозные пути этого же автомобиля при торможении только передними и только задними колесами. Коэффициент трения скольжения . Центр масс автомобиля расположен на равном расстоянии от передних и задних колес и на высоте *h* = *l*/4, где *l* — расстояние между осями.

**1.2.5.** Длинная однородная балка массой *M* и длиной *l* перевозится на двух коротких санях. Какую силу тяги нужно приложить для равномерного перемещения этого груза по горизонтали? Коэффициент трения для передних саней , для задних — . Сила тяги горизонтальна и приложена к балке на высоте *h* от поверхности земли. Массами саней пренебречь.

**1.2.6.** Два шарика падают в воздухе. Шарики сплошные, сделаны из одного материала, но диаметр одного из шариков вдвое больше другого. В каком соотношении будут находиться скорости шариков при установившемся (равномерном) движении? Считать, что сила сопротивления воздуха пропорциональна площади поперечного сечения движущегося тела и квадрату его скорости.

**1.2.7.** Тело бросают вертикально вверх в вязкой среде. Сила вязкого трения пропорциональна скорости движения тела, а установившаяся скорость этого теле в этой среде равна . Вычислить время *t*1 подъема тела на максимальную высоту его полета вверх и сравнить его со временем *t*0 подъема на максимальную высоту в отсутствие трения. Начальная скорость тела в обоих случаях одинакова и равна .

**1.2.8.** Из зенитной установки выпущен снаряд вертикально вверх со скоростью . Сила сопротивления воздуха . Определить максимальную высоту *H* подъема снаряда и время его подъема τ до этой высоты, если известно, что при падении снаряда с большой высоты его установившаяся скорость .

**1.2.9.** Из одного неподвижного облака через τ секунд одна за другой начинают падать две дождевые капли. Как будет изменяться со временем расстояние между ними? Решить задачу в двух случаях: 1) полагая, что сопротивление воздуха отсутствует; 2) полагая, что сопротивление воздуха пропорционально скорости капель.

**1.2.10.** С палубы яхты, бороздящей океан со скоростью 10 узлов (18 км/ч), принцесса роняет в воду жемчужину массой *m* = 1 г. Как далеко по горизонтали от места падения в воду может оказаться жемчужина на дне океана, если при ее движении в воде сила сопротивления ; ?

**1.2.11.** Брусок скользит по гладкой горизонтальной поверхности со скоростью и по касательной попадает в область, ограниченную вертикальным забором в форме полуокружности. Определить время, через которое брусок покинет эту область. Радиус забора *R*, коэффициент трения скольжения бруска о поверхность забора *k*. Трением бруска о горизонтальную поверхность пренебречь, размеры бруска много меньше *R*.

**1.2.12.** Автомобиль движется с постоянной скоростью 90 км/ч по замкнутой горизонтальной дороге, имеющей форму эллипса с полуосями 500 м и 250 м. На каких участках дороги ускорение автомобиля максимально и минимально? Чему равны максимальное и минимальное ускорения? Каков должен быть коэффициент трения между полотном дороги и шинами автомобиля, чтобы автомобиль при движении по эллипсу не заносило?

**1.2.13.** Шарик, подвешенный на невесомой и нерастяжимой нити, лежит на поверхности гладкой сферы радиусом *R*. Точка подвеса находится на вертикальном стержне *AO*, жестко связанном c центром сферы. Для неподвижной сферы отношение силы натяжения нити и реакции сферы равно α, а отношение силы тяжести и натяжения нити — β. Вычислить угловую скорость вращения системы вокруг вертикальной оси, при которой сила давления шарика на сферу станет равной нулю. Шарик считать точечным.

**1.2.14.** Шарик, подвешенный на нити длиной *l*, лежит на поверхности гладкой сферы радиусом *R*. Расстояние от точки подвеса до центра сферы равно *d*. Вычислить натяжение нити и реакцию сферы для неподвижного шарика. Определить скорость , которую надо сообщить шарику в направлении, перпендикулярном плоскости чертежа, чтобы реакция сферы стала равной нулю. Шарик считать точечным. Нить невесома и нерастяжима.

**1.2.15.** На врытый в землю столб навита веревка. За один конец веревки тянут с силой *F* = 10 000 H. Какую силу надо приложить к другому концу веревки, чтобы она не проскальзывала при натяжения? Коэффициент трения веревки о столб *k* = 1/π. Веревка обвита вокруг столба 2 раза.

**1.2.16.** Нить перекинута через бревно. На концах нити укреплены грузы, имеющие массы *m*1 и *m*2. Считая заданным коэффициент трения *k* нити о бревно, найти условие, при котором грузы будут оставаться в покое. Определить ускорение *a* системы грузов при нарушении условий равновесия.

**1.2.17.** Твердый шарик массой *m* находится в вязкой среде на расстоянии *L* от вертикальной стенки. Шарик щелчком посылается к стенке с достаточно большой начальной скоростью . Считая, что сила сопротивления , найти на какое максимальное расстояние *L*1 отскочит шарик после упругого удара о стенку. Силой тяжести пренебречь.

**1.2.18.** Шарик массой *m* запущен под углом Θ к горизонтальной плоскости. При движении шарик испытывает трение со стороны среды, . Начальная скорость шарика равна . На каком расстоянии *Ь* от места запуска и за какое время шарик достигнет максимальной высоты?

**1.2.19.** Из неподвижного аэростата через τ секунд вслед за первым выпрыгивает второй парашютист. Оба с нулевой начальной скоростью и с одинаковой массой *m*. Как будет изменяться со временем расстояние между ними, если сопротивление воздуха пропорционально скорости парашютистов (коэффициент пропорциональности равен )?

**1.2.20.** С летящего прямолинейно и параллельно поверхности Земли самолета сбрасывают груз массой *m* с нулевой относительно самолета скоростью. Как далеко от места сбрасывания может оказаться груз на земле, если при его движении в воздухе сила сопротивления , а скорость самолета равна .

**1.3. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА, ЭНЕРГИИ И МОМЕНТА ИМПУЛЬСА**

**1.3.1.** Система состоит из двух шариков масс *m*1 и *m*2, которые соединены между собой пружинкой. В момент *t* = 0 шарикам сообщили скорости и , после чего система начала двигаться в однородном поле тяжести Земли. Найти зависимости от времени импульса этой системы в процессе движения и радиус-вектора ее центра масс относительно его начального положения.

**1.3.2.** Через блок перекинута веревка, на одном конце которой висит лестница с человеком, а на другом – уравновешивающий груз массы *M*. Человек массы *m* совершил перемещение *l’* относительно лестницы вверх и остановился. Пренебрегая массами блока и веревки, а также трением в оси блока, найти перемещение *l* центра масс этой системы.

**1.3.3.** Цепочка массы *m* = 1,00 кг и длины *l* = 1,40 м висит на нити, касаясь поверхности стола своим нижним концом. После пережигания нити цепочка упала на стол. Найти полный импульс, который она передала столу.

**1.3.4.** Две одинаковые тележки движутся друг за другом по инерции (без трения) с одной и той же скоростью . На задней тележке находится человек массы *m*. В некоторый момент человек прыгнул в переднюю тележку со скоростью *u* относительно своей тележки. Имея в виду, что масса каждой тележки равна *M*, найти скорости, с которыми будут двигаться обе тележки после этого.

**1.3.5.** Ракета начала подниматься вертикально вверх в однородном поле сил тяжести. Начальная масса ракеты (с топливом) равна *m*0. Скорость газовой струи относительно ракеты равна *u*. Найти скорость ракеты в зависимости от ее массы *m* и времени подъема *t*.

**1.3.6.** Цепочка *AB* длины *l* находится в гладкой горизонтальной трубке так, что часть ее длины *l* свободно свешивается, касаясь своим концом *B* поверхности стола. В некоторый момент конец *A* цепочки отпустили. С какой скоростью он выскочит из трубки?

**1.3.7.** Частицы массы *m* попадают в область, где на них действует встречная тормозящая сила. Глубина *x* проникновения частиц в эту область зависит от импульса *p* частиц как , где — заданная постоянная. Найти зависимость модуля тормозящей силы от *x*.

**1.3.8.** Два бруска массами *m*1 и *m*2, соединенные недеформированной пружинкой, лежат на горизонтальной плоскости. Коэффициент трения между брусками и плоскостью равен *k*. Какую минимальную постоянную силу нужно приложить в горизонтальном направлении к бруску с массой *m*1, чтобы другой брусок сдвинулся с места?

**1.3.9.** Частица массы *m* движется по окружности радиуса *R* с нормальным ускорением, которое меняется со временем по закону , где - постоянная. Найти зависимость от времени мощности всех сил, действующих на частицу, а также среднее значение этой мощности за первые *t* секунд после начала движения.

**1.3.10.** Небольшому телу массы *m*, находящемуся на горизонтальной плоскости, сообщили скорость . Коэффициент трения зависит от пройденного пути *s* по закону *k* = , где — постоянная. Найти максимальную мгновенную мощность силы трения.

**1.3.11.** Тело массы *m* начинают поднимать с поверхности Земли, приложив к нему силу **F**, которую изменяют с высотой подъема *y* по закону **F** = 2 ( - 1) *m***g**, где - положительная постоянная. Найти работу этой силы и приращение потенциальной энергии тела в поле тяжести Земли на первой половине пути подъема.

**1.3.12.** Частица массы *m* движется со скоростью под углом к нормали плоскости, разделяющей области, в которых потенциальная энергия частицы равна *U*l и *U*2. Под каким углом к нормали она будет двигаться после пересечения этой плоскости? При каком условии частица не проникнет во вторую область?

**1.3.13.** В *K*-системе отсчета вдоль оси *x* движутся две частицы: одна массы *m*1 – со скоростью **v**1, а другая массы *m*2 – со скоростью **v**2. Найти:

 а) скорость **V** *K’*-системы отсчета, в которой суммарная кинетическая энергия этих частиц минимальна;

 б) суммарную кинетическую энергию этих частиц в *K’*-системе.

**1.3.14.** Частица *A* массы *m*, пролетев вблизи другой покоившейся частицы *B*, отклонилась на угол α. Импульс частицы *A* до взаимодействия был равен *p*0, после взаимодействия стал *p*. Найти массу частицы *B*, если система замкнутая.

**1.3.15.** Замкнутая система состоит из двух одинаковых частиц, которые движутся со скоростями и так, что угол между направлениями их движения равен . После упругого столкновения скорости частиц оказались равными и . Найти угол между направлениями их разлета.

**1.3.16.** Замкнутая система состоит из двух частиц с массами *m*1 и *m*2, движущихся под прямым углом друг к другу со скоростями и . Найти в системе их центра масс:

а) импульс каждой частицы;

б) суммарную кинетическую энергию обеих частиц.

**1.3.17.** Момент импульса частицы относительно точки O меняется со временем по закону **M** = **a** + **b***t*2, где **a** и **b** — постоянные векторы, причем **ab**. Найти относительно точки O момент **N** силы, действующей на частицу, когда угол между векторами **N** и **M** окажется равным 45°.

**1.3.18.** Частица движется по замкнутой траектории в центральном силовом поле, где ее потенциальная энергия *U* = *kr*2, *k* — положительная постоянная, *r* - расстояние частицы до центра поля O. Найти массу частицы, если наименьшее расстояние ее до точки O равно *r*1, а скорость на наибольшем расстоянии от этой точки — .

**1.3.19.** На гладкой горизонтальной плоскости движется небольшое тело массы *m*, привязанное к нерастяжимой нити, другой конец которой втягивают в отверстие O с постоянной скоростью. Найти силу натяжения нити в зависимости от расстояния *r* тела до отверстия, если при *r* = *r*0 угловая скорость нити была равна ω0.

**1.3.20.** Система частиц имеет суммарный импульс **p** и момент импульса **M** относительно точки O. Найти ее момент импульса **M’** относительно точки O’, положение которой по отношению к точке O определяется радиус-вектором **r**0. В каком случае момент импульса системы частиц не будет зависеть от выбора точки O?

**1.4. ДИНАМИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА**

**1.4.1.** Однородный шар массы *m* = 4,0 кг движется поступательно по поверхности стола под действием постоянной силы **F**, как показано на рисунке. Угол α = 45°, коэффициент трения *k* = 0,20. Найти *F* и ускорение шара.

**1.4.2.** Тонкая однородная пластинка массы *m* = 0,60 кг имеет форму равнобедренного прямоугольного треугольника. Найти ее момент инерции относительно оси, совпадающей с одним из катетов, длина которого *a* = 200 мм.

**1.4.3.** Вычислить моменты инерции однородного сплошного конуса относительно его оси симметрии и оси, перпендикулярной оси симметрии, проходящей через вершину конуса, если масса конуса *т*, радиус основания *R* и высота конуса *H*.

**1.4.4.** Концы тонких нитей, плотно намотанных на ось радиуса *r* диска Максвелла, прикреплены к горизонтальной штанге. Когда диск раскручивается, штангу поднимают так, что диск остается неизменно на одной и той же высоте. Масса диска с осью *m*, их момент инерции относительно их оси симметрии *I*. Найти ускорение штанги.

**1.4.5.** Однородный сплошной цилиндр радиуса *R* раскрутили вокруг его оси до угловой скорости ω0 и затем поместили в угол. Коэффициент трения между цилиндром и стенками равен *k*. Сколько времени цилиндр будет вращаться в этом положении?

**1.4.6.** Однородный диск радиуса *R* раскрутили до угловой скорости ω и осторожно положили на горизонтальную поверхность. Сколько времени диск будет вращаться на поверхности, если коэффициент трения равен *k*?

**1.4.7.** Гладкий однородный стержень *AB* массы *M* и длины *l* свободно вращается с угловой скоростью ω0 в горизонтальной плоскости вокруг неподвижной вертикальной оси, проходящей через его конец *A*. Из точки *A* начинает скользить по стержню небольшая муфта массы *m*. Найти скорость муфты относительно стержня в тот момент, когда она достигнет его конца *B*.

**1.4.8.** Горизонтально расположенный однородный диск массы *M* и радиуса *R* свободно вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр. Диск имеет радиальную направляющую, вдоль которой может скользить без трения небольшое тело массы *m*. К телу привязана нить, пропущенная через полую ось диска вниз. Первоначально тело находилось на краю диска, и вся система вращалась с угловой скоростью ω0. Затем к нижнему концу нити приложили силу *F*, с помощью которой тело медленно подтянули к оси вращения. Найти:

а) угловую скорость системы в конечном состоянии:

б) работу, которую совершила сила *F*.

**1.4.9.** Человек массы *m*1 стоит на краю горизонтального однородного диска массы *m*2 и радиуса *R*, который может свободно вращаться вокруг неподвижной вертикальной оси, проходящей через его центр. В некоторый момент человек начал двигаться по краю диска, совершил перемещение на угол φ' относительно диска и остановился. Пренебрегая размерами человека, найти угол, на который повернулся диск

к моменту остановки человека.

**1.4.10.** Два горизонтальных диска свободно вращаются вокруг вертикальной оси, проходящей через их центры. Моменты инерции дисков относительно этой оси *I*1 и *I*2, угловые скорости ω1 и ω2. После падения верхнего диска на нижний оба диска из-за трения между ними начали через некоторое время вращаться как единое целое. Найти:

а) установившуюся угловую скорость вращения дисков;

б) работу, которую совершили при этом силы трения.

**1.4.11.** Двум одинакового радиуса дискам сообщили одну и ту же угловую скорость ω0, а затем их привели в соприкосновение, и система через некоторое время пришла в новое установившееся состояние движения. Оси дисков неподвижны, трения в осях нет. Моменты инерции дисков относительно их осей вращения равны *I*1 и *I*2. Найти:

а) приращение момента импульса системы;

б) убыль ее механической энергии.

**1.4.12.** Однородный диск радиуса *R* и массы *m* лежит на гладкой горизонтальной поверхности. На боковую поверхность диска плотно намотана нить, к свободному концу *K* которой приложили постоянную горизонтальную силу **F**. После начала движения диска точка *K* переместилась на расстояние *l*. Найти угловую скорость диска к этому моменту.

**1.4.13.** Нити намотаны на концах однородного сплошного цилиндра массы *m*. Свободные концы нитей прикреплены к потолку кабины лифта. Кабина начала подниматься с ускорением **a**0. Найти ускорение **a**' цилиндра относительно кабины и силу **F**, с которой цилиндр действует (через нити) на потолок.

**1.4.14.** Сплошному однородному цилиндру массы *m* и радиуса *R* сообщили вращение вокруг его оси с угловой скоростью ω0, затем его положили боковой поверхностью на горизонтальную плоскость и предоставили самому себе. Коэффициент трения равен *k*. Найти:

а) время, в течение которого движение цилиндра будет происходить со скольжением;

б) полную работу силы трения скольжения.

**1.4.15.** Однородный шар радиуса г скатывается без скольжения с вершины сферы радиуса *R*. Найти угловую скорость шара после отрыва от сферы. Начальная скорость шара пренебрежимо мала.

**1.4.16.** Однородный стержень, падавший в горизонтальном положении с высоты *h*, упруго ударился одним концом о край массивной плиты. Найти скорость центра стержня сразу после удара.

**1.4.17.** Волчок, масса которого *m* = 1,0 кг и момент инерции относительно собственной оси *I* = 4,0 г·м2, вращается с ω = 320 рад/с, Его точка опоры находится на подставке, которую перемещают в горизонтальном направлении с ускорением *a* = 3,0 м/с2. Расстояние между точкой опоры и центром масс волчка *l* = 10 см. Найти модуль и направление вектора **ω'** — угловой скорости прецессии волчка.

**1.4.18.** Корабль движется со скоростью = 36 км/ч по дуге окружности радиуса *R* = 200 м. Найти момент гироскопических сил, действующих на подшипники со стороны вала с маховиком, которые имеют момент инерции относительно оси вращения *I* = 3,8·103 кг·м2 и делают *n* = 300 об/мин. Ось вращения расположена вдоль корабля.

**1.4.19.** Волчок массы *m* = 0,50 кг, ось которого наклонена под углом к вертикали, прецессирует под действием силы тяжести. Момент инерции волчка относительно его оси симметрии *I* = 2,0 г·м2, угловая скорость вращения вокруг этой оси ω = 350 рад/с, расстояние от точки опоры до центра масс волчка *l* = 10 см. Найти:

а) угловую скорость прецессии волчка;

б) модуль и направление горизонтальной составляющей силы реакции, действующей на волчок в точке опоры.

**1.4.20.** Локомотив приводится в движение турбиной, ось которой параллельна осям колес. Направление вращения турбины совпадает с направлением вращения колес. Момент инерции ротора турбины относительно собственной оси *I* = 240 кг·м2. Найти добавочную силу давления на рельсы, обусловленную гироскопическими силами, когда локомотив идет по закруглению радиуса *R* = 250 м со скоростью  = 50 км/ч. Расстояние между рельсами *l* = 1,5 м. Турбина делает *n* = 1500 об/мин.

**1.5. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ МЕХАНИКА**

**1.5.1.** Имеется прямоугольный треугольник, у которого катет *a* = 5,00 м и угол между этим катетом и гипотенузой α = 30°. Найти в системе отсчета *K'*, движущейся относительно этого треугольника со скоростью = 0,866·*c* вдоль катета *а*:

а) соответствующее значение угла α';

б) длину *l'* гипотенузы и ее отношение к собственной длине.

**1.5.2.** Найти собственную длину стержня, если в *K*-системе отсчета его скорость = c/2, длина *l* = 1,00 м и угол между ним и направлением движения = 45°.

**1.5.3.** Стержень пролетает с постоянной скоростью мимо метки, неподвижной в *K*-системе отсчета. Время пролета = 20 нс в *K*-системе. В системе же отсчета, связанной со стержнем, метка движется вдоль него в течение ' = 25 нс. Найти собственную длину стержня.

**1.5.4.** Две частицы, двигавшиеся в лабораторной системе отсчета по одной прямой с одинаковой скоростью , попали в неподвижную мишень с промежутком времени = 50 нс. Найти собственное расстояние между частицами до попадания в мишень.

**1.5.5.** Два стержня одинаковой собственной длины *l*0 движутся навстречу друг другу параллельно общей горизонтальной оси. В системе отсчета, связанной с одним из стержней, промежуток времени между моментами совпадения левых и правых концов стержней оказался равным . Какова скорость одного стержня относительно другого?

**1.5.6.** Стержень *AB*, ориентированный вдоль оси *x* *K*-системы отсчета, движется с постоянной скоростью в положительном направлении оси *x*. Передним концом стержня является точка *A*, задним — точка *B*. Найти собственную длину стержня, если в момент *t*A координата точки *A* равна *x*A, а в момент *t*B координата точки *B* равна *х*B.

**1.5.7.** Стержень *AB*, ориентированный вдоль оси *x* *K*-системы отсчета, движется с постоянной скоростью в положительном направлении оси *x*. Передним концом стержня является точка *A*, задним — точка *B*. Через какой промежуток времени надо зафиксировать координаты начала и конца стержня в *K*‑системе, чтобы разность координат оказалась равной собственной длине стержня.

**1.5.8.** *K'*-система отсчета движется в положительном направлении оси *x* *K*-системы со скоростью *V* относительно последней. Пусть в момент совпадения начал координат O и O' показания часов обеих систем в этих точках равны нулю. Найти в *K*-системе скорость перемещения точки, в которой показания часов обеих систем отсчета будут все время одинаковы. Убедиться, что .

**1.5.9.** В двух точках *K*-системы произошли события, разделенные промежутком времени . Показать, что если эти события причинно связаны в *K*-системе (например, выстрел и попадание в мишень), то они причинно связаны и в любой другой инерциальной *K'*-системе отсчета.

**1.5.10.** В плоскости *xy K*-системы отсчета движется частица, проекции скорости которой равны и . Найти скорость *'* этой частицы в *K’*-системе, которая перемещается со скоростью *V* относительно *K*‑системы в положительном направлении ее оси *x*.

**1.5.11.** Две частицы движутся навстречу друг другу со скоростями = 0,50*c* и = 0,75*c* по отношению к лабораторной системе отсчета. Найти:

 а) скорость, с которой уменьшается расстояние между частицами в лабораторной системе отсчета;

 б) относительную скорость частиц.

**1.5.12.** Две релятивистские частицы движутся под прямым углом друг к другу в лабораторной системе отсчета, причем одна со скоростью , а другая со скоростью . Найти их относительную скорость.

**1.5.13.** Частица движется в *K*-системе со скоростью под углом к оси *x*. Найти соответствующий угол в *K'*-системе, перемещающейся со скоростью *V* относительно *K*-системы в положительном направлении ее оси *x*, если оси *x* и *x'* обеих систем совпадают.

**1.5.14.** *K'*-система перемещается с постоянной скоростью **V** относительно *K*-системы. Найти ускорение *a'* частицы в *K'*-системе, если в *K*-системе она движется со скоростью и ускорением *a* по прямой:

а) в направлении вектора **V**;

б) перпендикулярно вектору **V**.

**1.5.15.** Какую работу надо совершить, чтобы увеличить скорость частицы с массой *m* от 0,60*c* до 0,80*c*? Сравнить полученный результат со значением, вычисленным по нерелятивистской формуле.

**1.5.16.** Найти скорость частицы, кинетическая энергия которой *T* = 500 МэВ и импульс *p* = 865 МэВ/*c*, где *c* - скорость света.

**1.5.17.** Частица массы *m* движется вдоль оси *x* *K*-системы отсчета по закону , где *d* - некоторая постоянная, *c* - скорость света, *t* - время. Найти силу, действующую на частицу в этой системе отсчета.

**1.5.18.** Нейтрон с кинетической энергией *T* = 2*mc*2, где *m* — его масса, налетает на другой, покоящийся нейтрон. Найти в системе их центра масс:

а) суммарную кинетическую энергию нейтронов;

б) импульс каждого нейтрона.

**1.5.19.** Частица массы *m* в момент *t* = 0 начинает двигаться под действием постоянной силы **F**. Найти скорость частицы и пройденный ею путь в зависимости от времени *t*.

**1.5.20.** Релятивистская ракета выбрасывает струю газа с нерелятивистской скоростью **u**, постоянной относительно ракеты. Найти зависимость скорости ракеты от ее массы *m*, если в начальный момент масса ракеты равна *m*0.

**1.6. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ**

**1.6.1.** Найти круговую частоту и амплитуду гармонических колебаний частицы, если на расстояниях *x*1 и *x*2 от положения равновесия ее скорость равна и .

**1.6.2.** Найти графически амплитуду *A* колебаний, которые возникают при сложении следующих колебаний:

а) ,

б) , , .

**1.6.3.** Точка движется в плоскости *xy* по закону , , где *A*, *B*, — постоянные. Найти:

а) уравнение траектории точки *y*(*x*) и направление ее движения по этой траектории;

б) ускорение **a** точки в зависимости от ее радиус-вектора **r** относительно начала координат.

**1.6.4.** Частица массы *m* находится в одномерном силовом поле, где ее потенциальная энергия зависит от координаты *x* как , и — постоянные. Найти период малых колебаний частицы около положения равновесия.

**1.6.5.** Частица массы *m* находится в одномерном силовом поле, где ее потенциальная энергия зависит от координаты *x* как , и — постоянные. Найти период малых колебаний частицы около положения равновесия.

**1.6.6**. Идеальная жидкость объема *V* = 16 см3 налита в изогнутую трубку с площадью сечения канала *S* = 0,50 см2. Найти период малых колебаний жидкости.

**1.6.7.** Вычислить период малых колебаний ареометра, которому сообщили небольшой толчок в вертикальном направлении. Масса ареометра *m* = 50 г, радиус его трубки *r* = 3,2 мм, плотность жидкости ρ = 1,00 г/см3. Сопротивление жидкости пренебрежимо мало.

**1.6.8.** Однородный стержень положили на два быстро вращающихся блока, как показано на рисунке. Расстояние между осями блоков *l* = 20 см, коэффициент трения между стержнем и блоками *k* = 0,18. Показать, что стержень будет совершать гармонические колебания. Найти их период.

**1.6.9.** Небольшой брусок начинает скользить по наклонной плоскости, составляющей угол с горизонтом. Коэффициент трения зависит от пройденного пути *s* по закону *k* = *as*, где *a* – постоянная. Найти время движения бруска.

**1.6.10.** Тело *A* массы *m*1 = 1,00 кг и тело *B* массы *m*2 = 4,10 кг соединены между собой легкой пружиной. Тело *A* совершает свободные вертикальные гармонические колебания с амплитудой *a* = 1,6 см и частотой . Найти наибольшее и наименьшее значения силы давления этой системы на опорную плоскость.

**1.6.11.** Доска, на которой лежит тело массы *m*, начинает двигаться вертикально вверх по закону , где *y* – смещение из начального положения, . Найти:

а) минимальную амплитуду колебания доски, при которой тело начнет отставать от нее;

б) амплитуду колебания доски, при которой тело подскочит на высоту *h* =50 см относительно начального положения (в момент *t* = 0).

**1.6.12.** Частица массы *m* движется под действием силы , где — положительная постоянная, - радиус-вектор частицы относительно начала координат. Найти траекторию ее движения, если в начальный момент **r** = *r*0**i** и скорость **v** = *v*0**j**, где **i** и **j** — орты осей *x* и *y*.

**1.6.13.** Тело массы *m* упало с высоты *h* на чашку пружинных весов. Массы чашки и пружины пренебрежимо малы, жесткость последней . Прилипнув к чашке, тело начинает совершать гармонические колебания в вертикальном направлении. Найти амплитуду колебаний и их энергию.

**1.6.14.** Тело массы *m* упало с высоты *h* на чашку пружинных весов. Массы чашки *M*, масса пружины пренебрежимо малы, жесткость последней . Прилипнув к чашке, тело начинает совершать гармонические колебания в вертикальном направлении. Найти амплитуду колебаний и их энергию.

**1.6.15.** Частица массы *m* движется в плоскости *xy* под действием силы, зависящей от скорости по закону , где *a* — положительная постоянная, **i** и **j** — орты осей *x* и *y*. В начальный момент *t* = 0 частица находилась в точке и имела скорость в направлении орта **j**. Найти закон движения частицы *x*(*t*), *y*(*t*), а также уравнение ее траектории.

**1.6.16.** Найти круговую частоту малых колебаний тонкого однородного стержня массы *m* и длины *l* вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку *O*. Жесткость пружины . В положении равновесия стержень вертикален.

**1.6.17.** Однородный стержень массы *m* совершает малые колебаний вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку *O*. Правый конец стрежня подвешен на пружине жесткости. Найти период колебаний стержня, если в положении равновесия он горизонтален.

**1.6.18.** Однородный стержень массы *m* =1,5 кг, висящий на двух одинаковых нитях длины *l* = 90 см, повернули на малый угол вокруг вертикальной оси, проходящей через его середину *C*. При этом нити отклонились на угол = 5,0°. Затем стержень отпустили. Найти:

а) период колебаний;

б) энергию колебаний стержня.

**1.6.19.** Горизонтальный однородный диск массы *m* и радиуса *R* укреплен на конце тонкого стержня *AO*. При повороте диска на угол вокруг оси *AO* на него действует момент упругих сил , где  постоянная. Найти амплитуду малых крутильных колебаний и их энергию, если в начальный момент диск отклонили на угол 0 и сообщили ему угловую скорость .

**1.6.20.** Найти частоту малых колебаний системы, показанной на рисунке. Известны радиус блока *R*, его момент инерции *I* относительно оси вращения, масса тела *m* и жесткость пружины . Массы нити и пружины пренебрежимо малы, нить по блоку не скользит, трения в оси блока нет.

**1.7. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ГАЗА, ПРОЦЕССЫ. ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ. ТЕПЛОЕМКОСТЬ**

**1.7.1.** Найти максимально возможную температуру идеального газа в каждом из нижеследующих процессов:

a) ; б) , где , и - положительные постоянные, *V* - объем моля газа.

**1.7.2.** Определить наименьшее возможное давление идеального газа в процессе, происходящем по закону , где и — положительные постоянные, *V* — объем моля газа. Изобразить примерный график этого процесса в параметрах *p*, V.

**1.7.3.** Идеальный газ с молярной массой *M* находится в однородном поле тяжести, ускорение свободного падения в котором равно *g*. Найти давление газа как функцию высоты *h*, если при *h*= 0 давление *p*= *p*0, а температура изменяется с высотой как

a); б) ,

где - положительная постоянная.

**1.7.4.** Два теплоизолированных баллона *1* и *2* наполнены воздухом и соединены короткой трубкой с вентилем. Известны объемы баллонов, а также давление и температура воздуха в них (, , и , ). Найти температуру и давление воздуха, которые установятся после открытия вентиля.

**1.7.5.** Два моля идеального газа при температуре *T*0 = 300 К охладили изохорически, вследствие чего его давление уменьшилось в *n* =2,0 раза. Затем газ изобарически расширили так, что в конечном состоянии его температура стала равной первоначальной. Найти количество тепла, поглощенного газом в данном процессе.

**1.7.6.** В вертикальном цилиндре под невесомым поршнем находится один моль некоторого идеального газа при температуре *T*. Пространство над поршнем сообщается с атмосферой. Какую работу необходимо совершить, чтобы, медленно поднимая поршень, изотермически увеличить объем газа под ним в *n* раз? Трения нет.

**1.7.7.** Внутри закрытого с обоих концов горизонтального цилиндра находится легкоподвижный поршень. Первоначально поршень делит цилиндр на две равные части, каждая объемом *V*0, в которых находится идеальный газ одинаковой температуры и под одним и тем же давлением *p*0. Какую работу необходимо совершить, чтобы, медленно двигая поршень, изотермически увеличить объем одной части газа в раз по сравнению с объемом другой части?

**1.7.8.** Некоторую массу азота сжали в раз (по объему) один раз адиабатически, другой раз изотермически. Начальное состояние газа в обоих случаях одинаково. Найти отношение соответствующих работ, затраченных на сжатие.

**1.7.9.** Внутри закрытого теплоизолированного цилиндра с идеальным газом находится легкоподвижный теплопроводящий поршень. При равновесии поршень делит цилиндр на две равные части и температура газа равна *T*0. Поршень начали медленно перемещать. Найти температуру газа как функцию отношения объема большей части к объему меньшей части. Показатель адиабаты газа γ.

**1.7.10.** Объем моля идеального газа с показателем адиабаты γ изменяют по закону , где — постоянная. Найти количество тепла, полученное газом в этом процессе, если его температура испытала приращение .

**1.7.11.** При некотором политропическом процессе объем аргона был увеличен в = 4,0 раза. Давление при этом уменьшилось в = 8,0 раз. Найти молярную теплоемкость аргона в этом процессе, считая газ идеальным.

**1.7.12.** Идеальный газ с показателем адиабаты у расширили по закону , где — постоянная. Первоначальный объем газа *V*0. В результате расширения объем увеличился в раз.

Найти:

а) приращение внутренней энергии газа;

б) работу, совершенную газом;

в) молярную теплоемкость газа в этом процессе.

**1.7.13.** Идеальный газ, показатель адиабаты которого γ, расширяют так, что сообщаемое газу тепло равно убыли его внутренней энергии. Найти:

а) молярную теплоемкость газа в этом процессе;

б) уравнение процесса в параметрах *T*, *V*.

**1.7.14.** Один моль идеального газа с показателем адиабаты γ совершает процесс, при котором его давление , где — постоянная. Найти:

а) работу, которую произведет газ, если его температура испытает приращение ;

б) молярную теплоемкость газа в этом процессе; при каком значении а теплоемкость будет отрицательной?

**1.7.15.** Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает процесс, при котором его внутренняя энергия , где - постоянная. Найти:

а) работу, которую произведет газ, чтобы внутренняя энергия испытала приращение ;

б) молярную теплоемкость газа в этом процессе.

**1.7.16.** Один моль идеального газа с известным значением *C*V находится в левой половине цилиндра. Справа от поршня вакуум. В отсутствие газа поршень находится вплотную к левому торцу цилиндра, и пружина в этом положении не деформирована. Боковые стенки цилиндра и поршень адиабатные. Трения нет. Газ нагревают через левый торец цилиндра. Найти теплоемкость газа в этих условиях.

**1.7.17.** Один моль идеального газа, теплоемкость которого при постоянном давлении *C*p, совершает процесс по закону , где и - постоянные. Найти:

а) теплоемкость газа как функцию его объема *V*;

б) сообщенное газу тепло при его расширении от *V*1 до *V*2.

**1.7.18.** Один моль идеального газа, теплоемкость которого при постоянном давлении *C*p, совершает процесс по закону , где и - постоянные. Найти:

а) теплоемкость газа как функцию его объема *V*;

б) сообщенное газу тепло при его расширении от *V*1 до *V*2.

**1.7.19.** Найти уравнение процесса (в переменных *T*, *V*), при котором молярная теплоемкость идеального газа изменяется по закону:

а) ; б) ; в) . Здесь , и — постоянные.

**1.7.20.** Имеется идеальный газ с показателем адиабаты γ. Его молярная теплоемкость при некотором процессе изменяется по закону , где - постоянная. Найти:

а) работу, совершенную одним молем газа при его нагревании от *T*0 до температуры в раз большей;

б) уравнение процесса в параметрах *p*, *V*.

**1.8. ВТОРОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ. ЭНТРОПИЯ**

**1.8.1.** Водород совершает цикл Карно. Найти КПД цикла, если при адиабатическом расширении:

а) объем газа увеличивается в *n* = 2,0 раза;

б) давление уменьшается в *n* = 2,0 раза.

**1.8.2.** Идеальный газ совершает цикл, состоящий из чередующихся изотерм и адиабат. Температуры, при которых происходят изотермические процессы, равны *T*1, *T*2 и *T*3. Найти КПД такого цикла, если при каждом изотермическом расширении объем газа увеличивается в одно и то же число раз.

**1.8.3.** Найти КПД цикла, состоящего из двух изохор и двух адиабат, если в пределах цикла объем идеального газа изменяется в *n* = 10 раз. Рабочим веществом является азот.

**1.8.4.** Найти КПД цикла, состоящего из двух изобар и двух адиабат, если в пределах цикла давление изменяется в *n* раз. Рабочее вещество – идеальный газ с показателем адиабаты γ.

**1.8.5.** Идеальный газ совершает цикл, состоящий из:

а) изохоры, адиабаты и изотермы;

б) изобары, адиабаты и изотермы,

причем изотермический процесс происходит при *минимальной* температуре цикла. Найти КПД каждого цикла, если температура *T* в его пределах изменяется в *n* раз.

**1.8.6.** Идеальный газ совершает цикл, состоящий из:

а) изохоры, адиабаты и изотермы;

б) изобары, адиабаты и изотермы,

причем изотермический процесс происходит при *максимальной* температуре цикла. Найти КПД каждого цикла, если температура *T* в его пределах изменяется в *n* раз.

**1.8.7.** Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает прямой цикл, состоящий из адиабаты, изобары и изохоры. Найти КПД цикла, если при адиабатическом процессе объем идеального газа:

а) увеличивается в *n* раз; б) уменьшается в *n* раз.

**1.8.8.** Найти (в расчете на моль) приращение энтропии углекислого газа при увеличении его температуры *T* в *n* = 2,0 раза, если процесс нагревания:

а) изохорический; б) изобарический.

Газ считать идеальным.

**1.8.9.** Во сколько раз следует увеличить изотермически объем идеального газа в количестве ν = 4,0 моль, чтобы его энтропия испытала приращение ?

**1.8.10.** Два моля идеального газа сначала изохорически охладили, а затем изобарически расширили так, что температура газа стала равной первоначальной. Найти приращение энтропии газа, если его давление в данном процессе изменилось в *n* = 3,3 раза.

**1.8.11.** Найти приращение энтропии двух молей идеального газа с показателем адиабаты γ = 1,30, если в результате некоторого процесса объем газа увеличился в  = 2,0 раза, а давление уменьшилось в  = 3,0 раза.

**1.8.12.** Один моль идеального газа с показателем адиабаты γ совершает политропический процесс, в результате которого температура газа увеличивается в τ раз. Показатель политропы *n*. Найти приращение энтропии газа в данном процессе.

**1.8.13.** Процесс расширения двух молей аргона происходит так, что давление газа увеличивается прямо пропорционально его объему. Найти приращение энтропии газа при увеличении его объема в  = 2,0 раза.

**1.8.14.** Идеальный газ с показателем адиабаты у совершает процесс по закону , где и – положительные постоянные, *V* - объем. При каком значении объема энтропия газа окажется максимальной?

**1.8.15.** Один моль идеального газа совершает процесс, при котором энтропия газа изменяется с температурой *T* по закону , где *a* – положительная постоянная, – молярная теплоемкость данного газа при постоянном объеме. Найти, как зависит температура газа от его объема в этом процессе, если при .

**1.8.16.** Один моль идеального газа с известным значением теплоемкости *C*V совершает процесс, при котором его энтропия *S* зависит от температуры *T* как , где – постоянная. Температура газа изменилась от *T*1 до *T*2. Найти:

a) молярную теплоемкость газа как функцию *T*;

б) количество теплоты, сообщенной газу;

в) работу, которую совершил газ.

**1.8.17.** Рабочее вещество совершает цикл, в пределах которого температура *T* изменяется в *n* раз, а сам цикл имеет вид, показанный:

а) на рис. а; б) на рис. б,

где *S* — энтропия. Найти КПД цикла.

**1.8.18.** Теплоизолированный цилиндр разделен невесомым поршнем на две одинаковые части. По одну сторону поршня находится один моль идеального газа с показателем адиабаты γ, а по другую сторону – вакуум. Начальная температура газа *T*0. Поршень отпустили, и газ заполнил весь цилиндр. Затем поршень медленно переместили в начальное положение. Найти приращение внутренней энергии и энтропии газа в результате обоих процессов.

**1.8.19.** Теплоизолированный сосуд разделен перегородкой на две части так, что объем одной из них в *n* = 2,0 раза больше объема другой. В меньшей части находится моль азота, а в большей части моль кислорода. Температура газов одинакова. В перегородке открыли отверстие, и газы перемешались. Найти приращение энтропии системы, считая газы идеальными.

**1.8.20.** Два одинаковых теплоизолированных сосуда, соединенные трубкой с. вентилем, содержат по одному молю одного и того же идеального газа. Температура газа в одном сосуде *T*1 в другом *T*2. Молярная теплоемкость газа *C*V известна. После открывания вентиля газ пришел в новое состояние равновесия. Найти – приращение энтропии газа. Показать, что .